

河北工业大学 2023 年硕士研究生招生考试 自命题科目考试大纲

科目代码：601

科目名称：数学分析

适用专业：数学

一、考试要求

数学分析适用于河北工业大学理学院数学专业研究生招生专业课考试。主要考察对于数学分析基本概念、基本理论和基本方法以及运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试形式

试卷采用客观题型和主观题型相结合的形式，主要包括计算题、证明题等。考试时间为 3 小时，总分为 150 分。

三、考试内容

（一）变量与函数

函数的概念、复合函数和反函数、基本初等函数。

（二）极限与连续

1、数列极限和无穷大量：数列极限的定义、性质、运算，单调有界数列，无穷大量的定义、性质及运算。

2、函数极限：函数在一点的极限，函数极限的性质和运算，单侧极限，函数在无穷远出的极限，函数值趋于无穷大的情形，重要极限。

3、连续函数：连续的定义、连续函数的性质和运算，不连续点的类型，闭区间上连续函数的性质。

4、无穷大量和无穷小量的阶。

（三）关于实数的基本定理及闭区间上连续函数性质的证明

1、关于实数基本定理：子列的概念，上（下）确界，区间套定理，致密性定理，Cauchy 收敛原理，有限覆盖定理。

2、闭区间上连续函数性质的证明：有界性定理，最大和最小值定理，零点存在定理，反函数连续性定理，一致连续性定理。

(四) 导数与微分

1、导数的定义，导数的几何意义和物理意义。

2、简单函数的导数：常数函数的导数，三角函数的导数，对数函数的导数，幂函数的导数。

3、求导法则：导数的四则运算，反函数的导数，复合函数的导数。

4、微分及其运算：微分的定义，微分的运算法则。

5、隐函数及参数方程所表示函数的求导。

6、高阶导数与高阶微分：高阶导数的运算法则，高阶微分。

(五) 微分学的基本定理及其应用

1、中值定理：Fermat 定理，Lagrange 中值定理，Cauchy 中值定理。

2、Taylor 公式和近似计算 Taylor 公式。

3、函数的单调性、极值与凸性。

4、平面曲线的曲率。

5、待定型----洛必达法则。

6、方程的近似解。

(六) 不定积分

1、不定积分的概念及其运算法则。

2、不定积分的计算：换元积分法，分步积分法，有理函数积分法。

(七) 定积分

1、定积分的概念。

2、定积分存在的条件：定积分存在的充分必要条件，可积函数类。

- 3、定积分的性质。
- 4、定积分的计算：基本公式，换元积分法，分步积分公式。

(八) 定积分的应用和近似计算

- 1、平面图形的面积。
- 2、曲线的弧长。
- 3、体积。
- 4、旋转曲面的面积。
- 5、质心。
- 6、平均值、功的计算。
- 7、定积分的近似计算。

(九) 数项级数

- 1、数列的上、下极限。
- 2、级数收敛性及其基本性质。
- 3、正项级数及其收敛的判别法。
- 4、任意项级数：绝对收敛级数，交错级数。条件收敛判别法。
- 5、绝对收敛级数和条件收敛级数的性质。
- 6、无穷乘积。

(十) 反常(广义)积分

- 1、无穷限反常积分：无穷限反常积分的概念，无穷限反常积分和数项级数的关系，无穷限反常积分收敛性判别法。
- 2、无界函数的反常积分：无界函数的反常积分的概念和收敛判别法，反常积分的主值。

(十一) 函数项级数、幂级数

- 1、函数项级数一致收敛：一致收敛的定义，性质，判别法。
- 2、幂级数：收敛半径，幂级数的性质和函数的幂级数展开。
- 3、逼近定理。

(十二) 富里埃级数和富里埃变换

1、函数的富里埃级数展开：三角函数系的正交性，富里埃级数的系数，富里埃级数的复数形式，富里埃级数的收敛性定理。

2、富里埃变换：富里埃变换的概念和性质。

(十三) 多元函数的极限与连续

1、平面点集：邻域、点列和极限，开集、闭集和区域，平面点集的基本定理——矩形套定理、致密性定理、有限覆盖定理、Cauchy收敛原理。

2、多元函数的极限与连续：多元函数的概念、二元函数的极限、连续性，有界闭区域上连续函数的性质，二次极限和二重极限。

(十四) 偏导数与全微分

1、偏导数与全微分的概念：偏导数的定义，全微分的定义，高阶偏导数和高阶全微分。

2、求复合函数偏导数的链式法则。

3、由方程（组）所确定的函数的求导法：一个方程的情形，方程组的情形。

4、空间曲线的切线与法平面。

5、曲面的切平面与法线。

6、方向导数和梯度。

7、多元函数的泰勒公式。

(十五) 极值和条件极值

1、极值和最小二乘法。

2、条件极值。

(十六) 隐函数存在定理、函数相关

1、隐函数存在定理：一个方程的情形，方程组的情形。

2、函数行列式的性质和函数相关。

(十七) 含参变量的积分

含参变量积分的连续性、可微性及交换积分次序的定理。

(十八) 含参变量的广义积分

- 1、一致收敛性的定义。
- 2、一致收敛积分的判别法。
- 3、一致收敛积分的性质。
- 4、阿贝尔判别法和狄立克莱判别法。
- 5、欧拉积分。

(十九) 积分的定义和性质

- 1、二重积分、三重积分、第一类曲线积分、曲面积分积分的概念。
- 2、积分的性质。

(二十) 重积分的计算和应用

- 1、二重积分的计算：化二重积分为二次积分，用极坐标计算二重积分，二重积分的一般变量替换。
- 2、三重积分的计算：化三重积分为三次积分，三重积分的变量替换。
- 3、积分在物理上的应用----质心、矩、引力。
- 4、广义重积分。

(二十一) 曲线积分和曲面积分的计算

- 1、第一类曲线积分的计算。
- 2、第一类曲面积分的计算：曲面积分，曲面积分的计算。
- 3、第二类曲线积分：物理意义，第二类曲线积分的计算，两类曲线积分的联系。
- 4、第二类曲面：曲面的侧，第二类曲面积分的定义，两类曲面积分的联系，第二类曲面积分的计算。

(二十二) 各种积分间的联系和场论初步

- 1、各种积分间的联系：格林 (Green) 公式，高斯 (Gauss) 公式，斯托克斯 (Stokes) 公式。

2、曲线积分和路径无关的条件。

3、场论初步----场的概念，散度与旋度，保守场，Laplace 算子。

四、参考书目

[1] 《数学分析》，主编：欧阳光中，高等教育出版社。

[2] 《数学分析》，主编：华东师范大学数学系，高等教育出版社。